

厚さが直線的に変わる板内の分散性弾性波(模型実験)*

南雲 昭三 郎**

On the Dispersion of Elastic Wave in a Plate of Linearly Varying Thickness
(Model Experiment)

by

Shozaburo Nagumo

Abstract

The dispersion of elastic wave in a plate of linearly varying thickness with inclination angle of 1° is studied by the model experiment of ultra-sonic pulse method. There exist symmetric and antisymmetric surface waves, which correspond to M_1 and M_2 modes in free plate of parallel interface. Predominant period of M_1 mode varies with the direction of propagation; the period of M_1 mode propagation from thin portion towards thicker portion is shorter than that of opposite direction. Wave forms of M_1 mode propagating from thick portion towards thinner portion are suffered from distortion of higher harmonics. Difference of phase velocity of M_1 mode due to the direction of propagation is not observed. The thickness of the equivalent free plate of parallel interface did not coincide with the thickness below the observation point. This may partly be affected by the visco-elastic property of the medium. The phase velocity dispersion curve of M_2 mode is very similar to that of equivalent free plate of parallel interface with the same thickness at the observation point. The group velocities of M_1 and M_2 modes are different to the direction of propagation.

1. 緒 言

厚さが一定とみなされないような地殻の構造について、表面波の位相速度を使って地殻の構造を求めようとするいわゆる phase velocity method が Press (1956, 1957) によって提唱されている。しかし厚さが次第に変化している領域において、観測される位相速度と厚さとの関係は、理論的にも実験的にもまだ充分明らかにされていない。

高木 (1959) は厚さ H_1 の平行層から厚さ H_2 の平行層へある傾斜をもって移行する表面層についての2次元模型実験を行ない、その傾斜領域において観測される表面波の位相速度が震源の位置によって、すなわち表面波の進行方向によって異なることを報じている。この同一地点で観測される表面波の位相速度の差が傾斜層それ自身によって生じたものか、あるいは平行層から傾斜層

へ移行する漸移状態によるものか明らかでない。

この問題についてまず境界面の傾斜の影響だけを取り出して吟味するために、今回厚さが直線的に変化する弾性板を作成し、表面波の分散状態を模型実験によって調べてみた。

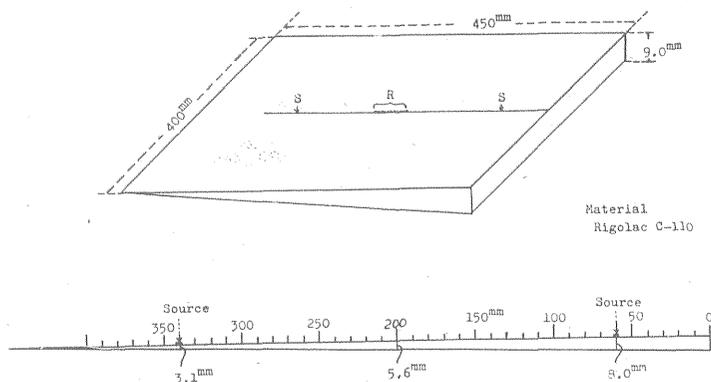
なおこの研究に当たり、終始御教示と討論をしていただいた東北大学高木章雄助教授に深く謝意を表する。

2. 実験装置

模型実験に使用した弾性板は第1図に示すように、 450×400 mm の拡がりて厚さが 9 mm から直線的に変化している。傾斜角は 1.0° である。材料はポリエステル系樹脂リゴラック C-110 を使用した。この材料の縦波速度は $V_p = 2.41$ km/sec であり、横波速度は $V_s = 1.15$ km/sec であった (室温約 15°C)。横波の速度測定は高木の方法 (1956) によった。すなわち図版2に示すように弾性板の角を使用し、横波の変位が、震源から 45° の方向において直角方向に卓越する性質を使用して

* 1961年4月地響学会春季講演会にて講演

** 元所員



第1図 直線的に厚さの変わる弾性板模型 (傾斜角 1°)。材料はポリエステル樹脂、リゴラック C-110。震源、受振点を厚さの変化する方向に設置した。

Dimensions of an elastic plate of linearly varying thickness with inclination angle 1° . Material is polyester resin, Rigolac C-110. Source and receivers are set on the centre line along the direction of varying thickness.

測定した。ポアソン比は $\sigma=0.34$ である。

この模型実験を 10^{-6} モデルと考えると 1mm が 1km, $1\mu s$ が 1sec に相当し, 10^{-4} モデルと考えると, 1mm が 10m, $1\mu s$ が 10 msec に相当する。発振子, 受振子には直径 3mm, 厚さ 1mm の円板型チタン酸バリウムに厚さ 2mm のスチールの円板を付したものを使用した。実験は端の影響を避けるため第1図に示すように模型の中央で行ない, 端から 60mm, 340mm の所に震源をおき, 端から 180~220mm の間で 5mm 間隔に観測して, 表面波の進行方向による差を調べてみた。

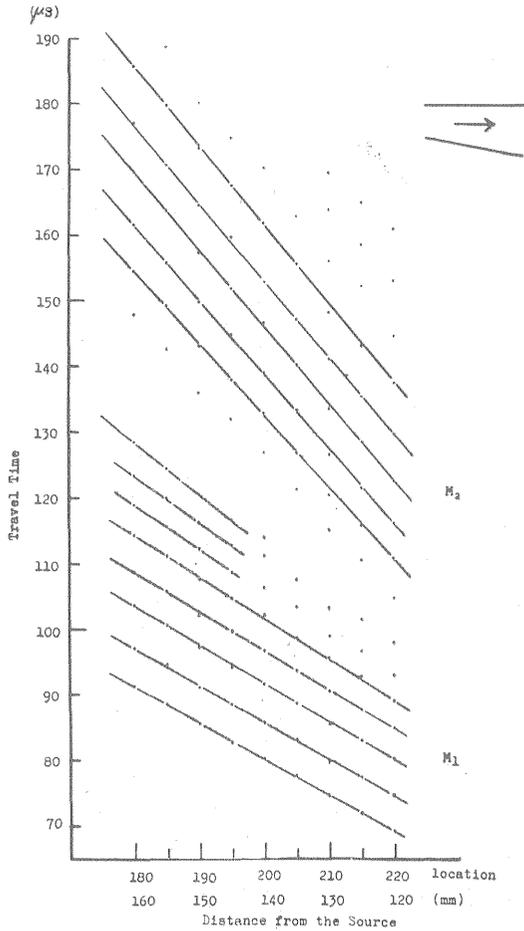
3. 実験結果

まず震源を厚い所, 薄い所において, それぞれ表面波の発達を全域にわたって観測した。図版1がその記録である。図の左側は震源を端から 60mm (震源真下の厚さ 8.0mm) の所におき, 340mm の所まで 10mm 間隔で観測した記録であり, 図の右側は震源を 340mm (震源真下の厚さ 3.1mm) の所におき, 60mm の所まで 10mm 間隔に観測した記録である。60mm, 340mm の点で震源・観測点の相反性が成立している。この記録に明らかにみられるように, 2種類の分散性表面波が生じている。先に到達している表面波は平行板内の M_1 に相当する symmetric mode であり, 後に到達している表面波は M_2 に相当する asymmetric mode である。このことは分散曲線の性質からも明らかになるが, 直接的には図版3に示すように, 板の端の中央に震源を置き表面で観測すると, M_2 が消失し, M_1 だけが大きくなることから分る。図版1の記録でもう一つ気のつくことは, 震源の近傍で M_1 の発達はかなり不規則であるこ

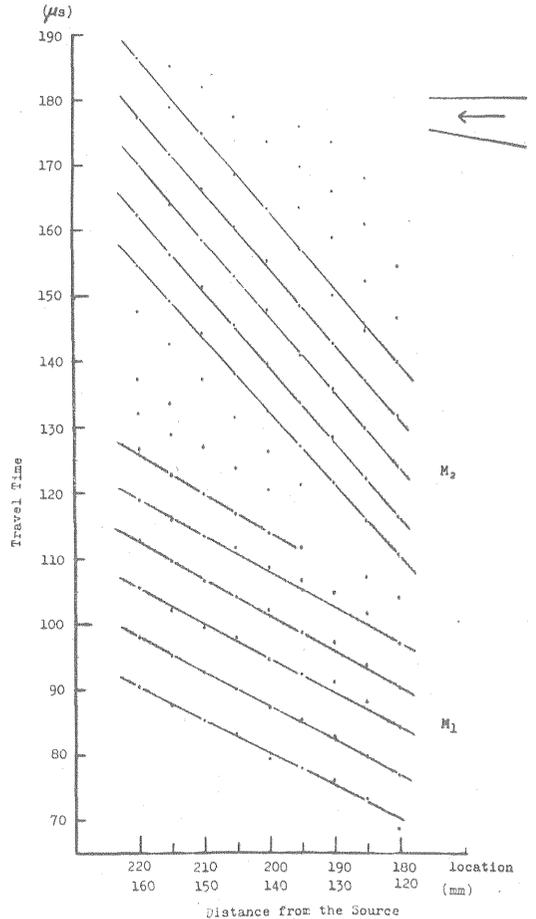
とである。

次に M_1 波, M_2 波の分散性を調べるために 180~220mm の部分を, 5mm 間隔で拡大してとった記録が図版4である。図版4の左側は震源を 340mm におき, 薄い方から厚い方へ進行する場合であり, 図版4右側は震源を 60mm におき, 厚い方から薄い方へ進行する場合である。観測点の中心 (200mm) は震源から 120mm の距離にあり, 真下の厚さは 5.6mm である。この記録において M_1 波の波形が進行方向によってかなり異なることがみられる。分散波の位相速度, 周期を読みとるためには, この記録では精度が不十分なので, M_1, M_2 それぞれについてさらに拡大し, $1\mu s$ の時間目盛を入れて観測した記録が図版5, 図版6である。図版5にみられるように, M_1 波は波の進行方向によって卓越周期が異なり, 薄い方から厚い方へ進む M_1 波 (図版5の左側) の卓越周期は厚い方から薄い方へ進む M_1 波 (図版5の右側) のそれよりも短くなっている。周波数は low から high へ分散している。厚い方から薄い方へ進む M_1 波 (図版5の右側) は波形が歪み, 高調波を含んでいるが, 厚い方へ進む M_1 波 (図版5の左側) は波形が滑らかである。 M_2 波の波形については進行方向による差は明らかでない。周波数は low から high へ分散している。

以上の記録 (図版4~6) から M_1 波, M_2 波のそれぞれについて波の山谷の走時を読みとり, プロットしたものが第2, 3図である。第2図は薄い方から厚い方へ進行する場合であり, 第3図は厚い方から薄い方へ進行する場合である。 M_1 波 M_2 波のそれぞれについて, 分散が一樣であると思われる部分について山谷の走時を直線とみなして平均の走時曲線を引き, 位相速度および周



第2図 薄い部分から厚い部分へ進行する M_1 , M_2 波の走時曲線。震源は Loc. 340 の位置。
The travel time-distance curve of M_1 and M_2 propagating from the thin portion to thick portion. Source is put at Loc. 340.



第3図 厚い部分から薄い部分へ進行する M_1 , M_2 波の走時曲線。震源は Loc. 60 の位置。
The travel time-distance curve of M_1 and M_2 propagating from the thick portion to thin portion. Source is put at Loc. 60.

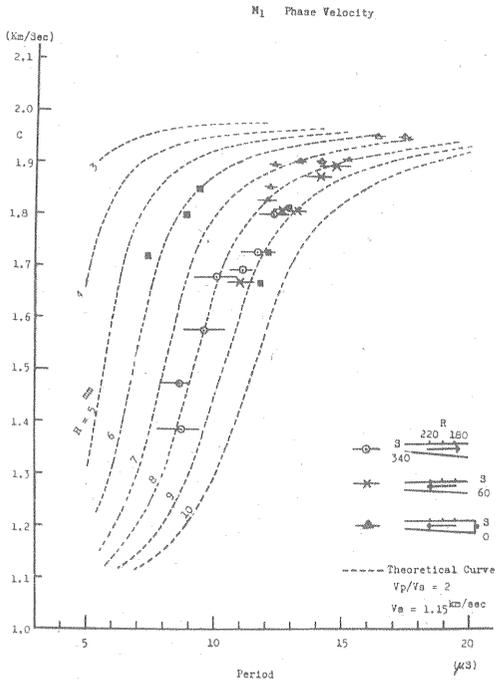
期を求めた。薄い方から厚い方へ進行する場合(第2図)はかなり良い精度で個々の読みとり走時は平均走時曲線に乗るが、厚い方から薄い方へ進行する場合の M_1 波(第3図)については、個々の山谷の読みとり走時の中には、平均の走時曲線にのらないものがある。これはこの場合の M_1 波は高調波を含み記録上の山谷が必ずしも基本周期の山谷と一致していないためと思われる。

第2, 3図から M_1 について位相速度の分散曲線を求めたものが第4図である。-○-印は震源が 340 mm の所にあり薄い方から厚い方へ進行する場合であり、-×-印は震源が 60 mm の所にあり、厚い方から薄い方へ進行する場合である。-△-印は震源が端で M_1 だけを励起した場合である。○印は観測点の中央(200 mm, 真下の厚さ 5.6 mm)の周期を示し、-○-印の線分は観測点 180~220 mm の間にその位相速度をもつ波

の周期の変化を示したものである。これは、位相の走時を第2図に示したように平均の直線でおきかえて整理したためのものである。点線は平行自由板の位相速度の理論曲線を示す。佐藤泰夫(1951)の $V_p/V_s=2$ の数値を $V_s=1.15 \text{ km/sec}$ 色々の H について書直したものである。

第4図の実験値をみると、卓越周期が波の進行方向によって異なるが、その重複している部分と全体の傾向から、位相速度はその進行方向が異なっても同一の分散曲線にのっているとみなしてよいであろう。しかしその分散曲線の形は平行自由板の理論曲線に似ているが、必ずしも等しくない。似ている平行自由板の理論曲線と較べると、相当する厚さは 7.5~8.5 mm である。これは真下の厚さ 5.6 mm に較べて厚くなっている。

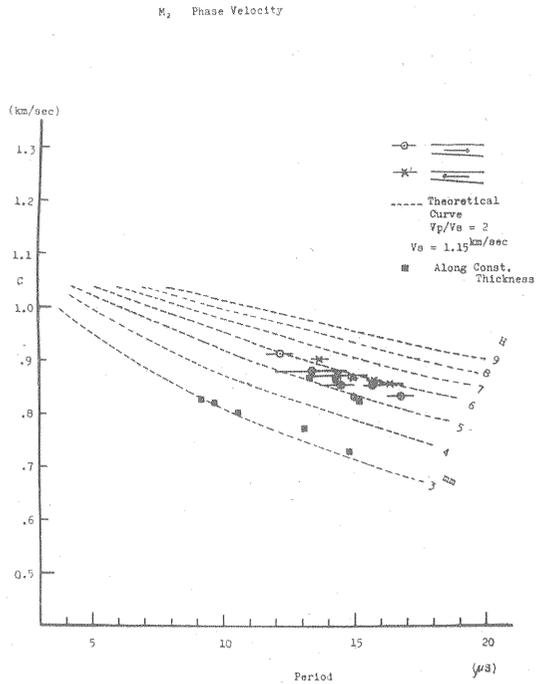
次に M_2 の位相速度の分散曲線を求めたものが第5図



第4図 M_1 波の位相速度分散曲線

- 薄い部分から厚い部分へ進行する場合の観測値; 震源 Loc. 340 (震源における厚さ 3.1 mm)
- ×- 厚い部分から薄い部分へ進行する場合の観測値; 震源 Loc. 60 (震源における厚さ 6.0 mm)
観測値は Loc. 180~220 (震源からの距離 120~160 mm) において求めた。観測点中央 (Loc. 200) 下の厚さは 5.6 mm である。
- 平行自由面をもつ弾性板における理論的分散曲線 (佐藤泰夫, 1951 による), $V_p/V_s=2$, $V_s=1.15$ km/sec.
- 厚さ一定の方向における観測値 (第8図参照)
Phase velocity dispersion curve of M_1 mode.
- Observed value along the direction from thin to thick portion; Source at Loc. 340 (thickness below the source is 3.1 mm)
- ×- Observed value along the direction from thick to thin portion; Source at Loc. 60 (thickness below the source is 8.0 mm)
Observed values are obtained for Loc. 180~220 distance from the source being 120~160 mm, the thickness of the centre of the observation, Loc. 200, is 5.6 mm.
- Theoretical dispersion curve for free elastic plate with parallel interface (after Y. Sato, 1951), $V_p/V_s=2$, $V_s=1.15$ km/sec.
- Observed value along the direction of constant thickness as shown in Fig. 8.

である。記号は第4図と同じである。これを見ると M_2 波は進行方向によって卓越周期の差は認められず、分散曲線も一つの曲線上にのっており、平行自由板の理論曲線と一致している。その等価の厚さは観測点の真下の厚さと非常に良く一致している。平行自由板の M_2 の理論曲線は M_1 と同じく佐藤泰夫の数値を書直したものである。 M_2 波の位相速度は、その進行方向によらず、観測

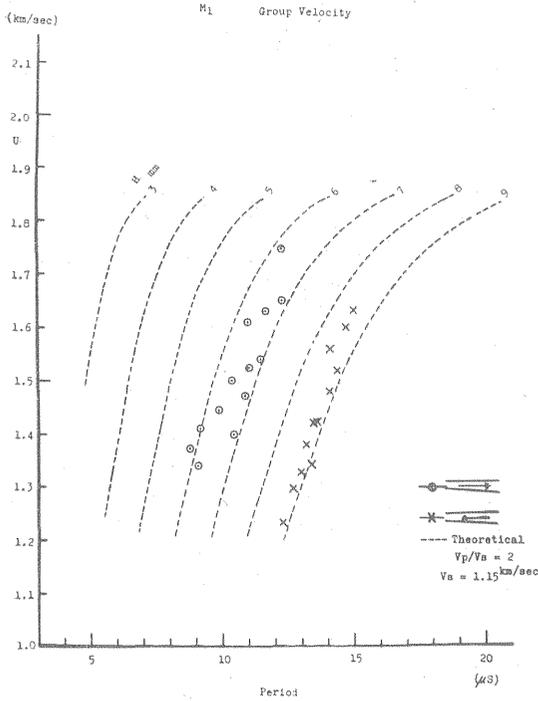


第5図 M_2 波の位相速度分散曲線 記号は第4図と同じ。
Phase velocity dispersion curve of M_2 mode.
Notations used are the same as in Fig. 4.

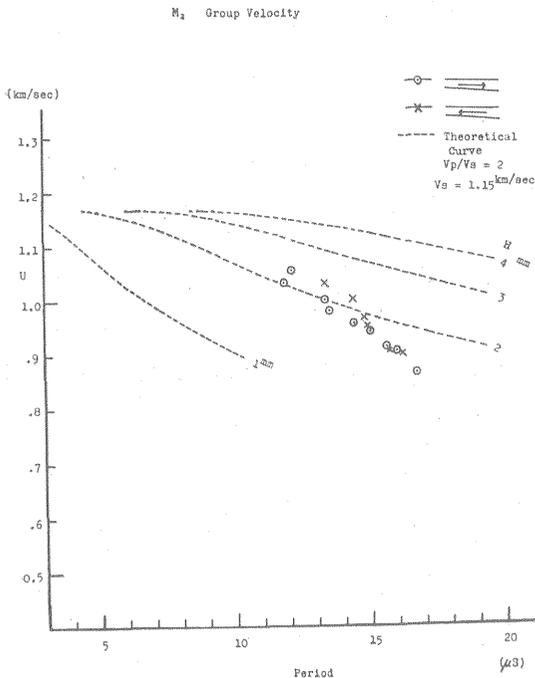
点の真下の厚さを示しているといえる。

次に群速度の進行方向による差をみてみよう。 M_1 の群速度の分散曲線を第6図に示す。群速度分散曲線は進行方向によって大きく異なっている。その形は平行自由板のそれと似ている。しかし等価の平行板の厚さは、薄い方から厚い方へ進行する M_1 については 6.0~7.0 mm であり、厚い方から薄い方へ進行する M_1 については 8.5~9.0 mm であり、震源—受振点間の平均的厚さに較べてずいぶん厚くなっている。次に M_2 の群速度分散曲線を第7図に示す。進行方向であまり大きな差は認められない。分散曲線の形は平行板のそれとかなり異なっており、等価平行板の厚さも非常に小さくなっている。

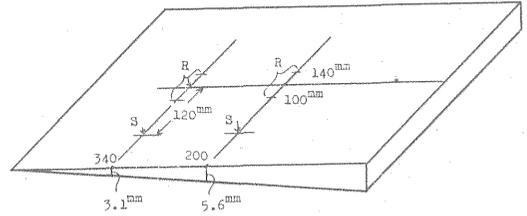
以上みてきたように、 M_2 波の位相速度分散曲線は波の進行方向によって差がなく、また等価平行自由板の厚さも観測点の真下の厚さに等しい。しかるに M_1 波の位相速度分散曲線に等価な平行自由板の厚さは観測点の真下の厚さより深めに出ている。これが傾斜の影響かそれともそれ以外の因子によるものか調べてみるために第8図に示すように、同じ模型について端から 200 mm (真下の厚さ 5.6 mm), 340 mm (真下の厚さ 3.1 mm) の所において厚さの変化しない方向に震源—受振点を設置し、観測を行なった。その結果は第4図の ■ 印に示す



第6図 M_1 波の群速度分散曲線 記號は第4図と同じ。
Group velocity dispersion curve of M_1 mode.
Notations used are the same as in Fig. 4.



第7図 M_2 波の群速度分散曲線 記號は第4図と同じ。
Group velocity dispersion curve of M_2 mode.
Notations used are the same as in Fig. 4.



第8図 厚さが一定の方向にとつた震源 受振点の配置。
Configurations of the source and observation points along the direction of constant thickness.

ように、 M_1 波の位相速度分散曲線は厚さの変化する方向のそれとほぼ一致している。また M_2 波の位相速度分散曲線はそれぞれの点における真下の厚さを厚みとしてもつ平行自由板のそれと一致している。このことから、 M_1 波の位相速度分散曲線が観測点真下の厚さを示さないという実験結果は、境界面の傾斜の影響ではなさそうである。今回の実験に使用した材料は両端を支えて数週間放置しておくで撓んでくるので、相当の粘性があることが予想される。Weis (1959) の粘弾性板内の表面波の分散についての理論的研究によれば、ポアソン比 $\sigma=0.5$ ($V_p \rightarrow \infty$) の板内で粘性が大きくなると、対称型モードの基本波 M_{20} は粘性のない場合とほとんど変化がないのに反して、非対称型モードの基本波 M_{10} は大きな変化が出てきている。したがって今回の実験で M_1 波の位相速度分散曲線が真下の厚さを示さなかったことは、粘性の影響がかなり効いているものと考えられる。したがって粘性の影響のために、 M_1 波が境界面の傾斜のために進行方向によって位相速度が異なるかどうかという問題に対して決定的な答をみいだし得なかった。しかし、 M_1 波について、境界面が傾斜しているために、進行方向によって卓越周期が異なること、厚い方から薄い方へ進行する場合は高調波歪を受けること、また粘弾性によって分散曲線の形が変わること等が明らかになったが、これらの性質は傾斜境界面を有する2層構造、例えば海洋から大陸へわたる地殻構造に相当するような構造における表面波の問題を考える時には興味あるものであろう。

4. 結 論

傾斜角 1° で厚さが直線的に変わる自由弾性板内の表面波の分散性につき、おもに進行方向による位相速度の変化に着目して超音波方式による模型実験を行ない、下記の結果を得た。

(1) 厚さが直線的に変わる板内にも厚さ一定の自由板に発達する M_1 , M_2 mode に相当する2種類の分散性表面波が存在する。

M_1 波について、

(2) ある観測点で観測される M_1 波は、その進行方

向によって卓越周期が異なり、薄い方から厚い方へ進行する M_1 波の周期は、深い方から薄い方へ進行するそれよりも短い。

(3) 薄い方から厚い方へ進行する M_1 波の波形は滑らかであるが、厚い方から薄い方へ進行する M_1 波は高調波成分を含み歪が多い。

(4) M_1 波の位相速度曲線の進行方向による差は認められなかった。

(5) 位相速度分散曲線の形は平行自由板のそれと似ているが、必ずしも一致しない。その分散曲線から等価の平行自由板の厚さを求めてみると観測点真下の厚さを示さず、厚めに求められた。これは傾斜境界面の影響ではなく粘弾性の影響によるらしい。

(6) M_1 波の群速度は進行方向によって著しく異なる。

M_2 波について、

(7) M_2 波の位相速度分散曲線、卓越周期の進行方向による差は認められなかった。分散曲線は平行自由板のそれと一致し、等価の厚さは観測点の真下の厚さと一致する。

(8) M_2 波の群速度分散曲線は平行自由板のそれとかなり異なっている。

引用文献

1) Press, F.: Determination of Crustal Structure from Phase Velocity of Rayleigh Waves. Part 1, Southern California,

Geol. Soc. Amer., Vol. 67, p. 1647~1658, 1956

- 2) Press, F.: A Seismic Model Study of the Phase Velocity Method of Exploration, Geophys., Vol. 22, p. 275~285, 1957
- 3) Satō, Y.: Study on Surface Waves II: Velocity of Surface Waves Propagated Upon Elastic Plates, Bull. Earthq. Res. Inst., Vol. 29, p. 223~262, 1951
- 4) Takagi, A.: Seismic Model Studies (Part 2) On Dilatational and Distortional Waves in Seismic Infinite Solid Due to a Linear Surface Impulse, Science Reports Tōhoku Univ., Ser. 5, Geophys., Vol. 8, p. 69~73, 1956
- 5) Honda, H., K. Nakamura & A. Takagi: The Disturbance in a Semi-infinite Elastic Solid Due to a Linear Surface Impulse, Science Reports Tōhoku Univ., Ser. 5, Geophys., Vol. 8, p. 86~92, 1956
- 6) Takagi, A.: Seismic Model Study, Read at the Meeting of the Seismological Society of Japan on Oct. 30, 1959
- 7) Weis, O.: Über die Schallausbreitung in Verlustbehafteten Medien Mit Komplexem Schub und Kompressions Modul, Acustica, Vol. 9, p. 387~398, 1959