

垂直探査の解析法の改良について*

小野 吉彦**

On the Improvement of Interpretation of Electrical Sounding Data

by

Yoshihiko Ono

Abstract

In applying two-layer standard curve method, or Sundberg curve-matching method to the interpretation of electrical sounding data which represent three layers or more, the sets of the auxiliary curves based on the idea of Hummel's equivalent resistivity are required.

This method may give fair accuracy, in case the three-layer curve has a minimum, but it leads to serious errors for the other cases, especially for the maximum type curve.

In this report, a new interpretation method similar to Hummel's method is proposed. The writer's method requires the new auxiliary curves based on Muskat's potential equation which expresses the potential far away from the single current source for the three-layer cases. For three-layer cases, the thickness and resistivity of the equivalent layer composed of the top layer and second layer are expressed by the following equations.

$$d_e = \sqrt{d_1^2 + d_2^2 + 2d_1d_2\rho_2/\rho_1}$$

$$\rho_e = \frac{\sqrt{d_1^2 + d_2^2 + 2d_1d_2\rho_2/\rho_1}}{d_1/\rho_1 + d_2/\rho_2}$$

Where d_e — thickness of equivalent layer

ρ_e — resistivity of equivalent layer

d_1 — thickness of the top layer

d_2 — thickness of the second layer

ρ_1 — resistivity of the top layer

and ρ_2 — resistivity of the second layer

If $\rho_1 > \rho_2 < \rho_3$, by modifying (1) and calculating them approximately, the next relations are obtained.

$$\left. \begin{aligned} d_e &\cong d_1 + d_2 \\ \rho_e &\cong \frac{d_1 + d_2}{d_1/\rho_1 + d_2/\rho_2} \end{aligned} \right\}$$

and, if

$$\left. \begin{aligned} d_e &\cong \sqrt{(d_1\rho_1 + d_2\rho_2)(d_1/\rho_1 + d_2/\rho_2)} \\ \rho_e &\cong \sqrt{\frac{d_1\rho_1 + d_2\rho_2}{d_1/\rho_1 + d_2/\rho_2}} \end{aligned} \right\}$$

Some examples are illustrated. And then, the accuracy of the new method is discussed. According to these examples, this method gives the good results for the three-layer curves.

For four-layer curves, it is expected to obtain attracted results in case where the relative thickness of each layer is large, although both resistivity and depth value of one example show lower accuracy (in case where the relative thickness of each layer is small).

* 昭和33年春季物理探査技術協会において講演したものに、さらに手を加えたもの。

** 物理探査部

要 旨

2層標準曲線法、いわゆる Sundberg の曲線重合法を、3層以上の特性をもつ垂直探査曲線の解析に適用するには、Hummel の等価比抵抗の概念に基づく補助曲線が必要である。この方法は、3層曲線の場合でも、極小型曲線 ($\rho_1 > \rho_2 < \rho_3$) の場合にはよい結果を得ることができるが、その他の場合、ことに極大型曲線 ($\rho_1 < \rho_2 > \rho_3$) の場合には相当の誤差をもつものである。

筆者はこの報告において Hummel の概念を修正した新しい等価比抵抗の概念に基づく補助曲線を作製した。筆者の方法は、Muscat によつて導入された遠方電位式を利用したもので、曲線の用い方は Hummel の補助曲線の場合と類似している。

3層の場合、第1層と第2層とからなる合成層の等価比抵抗と厚さは、次の式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} d_e &= \sqrt{d_1^2 + d_2^2 + 2d_1d_2 \rho_2/\rho_1} \\ \rho_e &= \frac{\sqrt{d_1^2 + d_2^2 + 2d_1d_2 \rho_2/\rho_1}}{d_1/\rho_1 + d_2/\rho_2} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

- ここに d_e : 等価層の厚さ
- ρ_e : 等価層の比抵抗
- d_1 : 第1層の厚さ
- d_2 : 第2層の厚さ
- ρ_1 : 第1層の比抵抗
- ρ_2 : 第2層の比抵抗

である。

とくに $\rho_1 > \rho_2 < \rho_3$ の場合には近似的に

$$\left. \begin{aligned} d_e &\cong d_1 + d_2 \\ \rho_e &\cong \frac{d_1 + d_2}{d_1/\rho_1 + d_2/\rho_2} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

で Hummel の場合と一致する。

また $\rho_1 < \rho_2 < \rho_3$ の場合には、

$$\left. \begin{aligned} d_e &\cong \sqrt{(d_1\rho_1 + d_2\rho_2)(d_1/\rho_1 + d_2/\rho_2)} \\ \rho_e &\cong \sqrt{\frac{d_1\rho_1 + d_2\rho_2}{d_1/\rho_1 + d_2/\rho_2}} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

で、等価比抵抗は直列抵抗と並列抵抗との幾何平均として表わされる。

本報告において若干の例を示し、解析精度を論じた。これらの結果によれば、3層の場合は非常によい結果が得られている。

4層の場合、解析例はよい結果を示さないけれどもむしろこの例は、解析の最も困難な場合、すなわち、下層の相対厚度の小さい場合であつて、相対厚度が大きければ、実用上、差し支えない程度の精度が得られると思われる。

1. 緒 言

水平状に堆積した地層の深さ、厚さおよび広がり等を推定するのに、比抵抗法がしばしば用いられる(このようない方は、垂直探査法と呼ばれている)。その解析法として、これまで最もよく利用されているのは、Sundberg の標準曲線法であろう。ところで、この方法は、元来2層構造に適するもので、一方、われわれが現地でしばしば遭遇するのは、3層もしくはそれ以上の多層の特性を示す。したがつて、上の方法はそのままでは用いられないで、Hummel の等価抵抗の概念に基づく補助曲線を利用して、多層問題へ拡張する方法が採用されている。ところが、この方法は実際の結果と食い違うことがしばしば報告されており、ために3層の標準曲線が発表されるに至つたが、同時に、経験法が根強くはびこる原因をなしている。

一般的には多層問題の解析には多少なりとも任意性はさげられない。一見、単純な特性を示す曲線でも、実際は複雑な比抵抗分布の反映にはかならない場合が多い。

もともと地表探査の主眼が巨視的構造を求めらるにあり、微細構造の検知は電気検層にゆだねるべきものである。したがつて、地表探査によつて得られるものは、いわば合成層であつて、各合成層の境界に地質的に意味をもたせることは、常に可能であるとは限らない。

さらに、微視的、巨視的といつても、概念上のことで検出能からいえば、電気検層では地層の絶対厚度に大きく支配されるが、地表の比抵抗探査では相対厚度に左右されるので、表層近くの数 m の厚さのものが比抵抗曲線に大きく反映するのに反して、数 10 m の深さでは、10 数 m の厚さのものは微細構造として検出が困難である。

こうして、解析結果の誤差を絶対尺度で論ずることは実際上の重要性を有するにもかかわらず、地表探査では困難な問題であろう。しかしながら、相対尺度で論じた場合ですら、現在の解析精度はあまりよくない。そこで、まず、この精度をあげるよう努力を払う必要がある。

ところで、そのためには、解析原理上不可避な任意性についての知識を豊富にすることがまず必要である。この問題については別の機会に論ずることとして、現在、広く採用されている解析法の改良を試みることも、3層の標準曲線集が流布していないこんにちでは意義あることと信じている。

筆者は以前の報告⁷⁾において、Hummel の等価抵抗の概念にメスを加えることによつて、解析法の改良をなしようであろうと主張したが、その後、Muskat⁶⁾ の遠方電位の表示式に基づいて、3層の場合に適用できる

新しい補助曲線を作製した。この方法は従来の方法と類似の手続きで解析でき、少なくとも3層の場合はきわめて精度の良い結果が得られることがわかったのでここに報告する。

2. 解析原理

Muskat は成層構造に対する電位式を検討し、数値計算に適する展開式を導いている註1)。彼の方法にしたがつて、遠方の電位を表示する式を求めると、展開式における高次の項を省略できるとき、次のようになる。

(i) 2層の場合

$$V = \frac{I\rho_2}{2\pi r} \left[1 - \frac{\rho_2^2}{\rho_1^2} \left(1 - \frac{\rho_1^2}{\rho_2^2} \right) \frac{d_1^2}{r^2} \right] \quad (1)$$

(ii) 3層の場合

$$V = \frac{I\rho_3}{2\pi r} \left[1 - \left\{ \frac{\rho_3^2}{\rho_1^2} \left(1 - \frac{\rho_2^2}{\rho_3^2} \right) \left(1 + \frac{\rho_1 d_2}{\rho_2 d_1} \right)^2 + \frac{\rho_2^2}{\rho_1^2} \left(1 - \frac{\rho_1^2}{\rho_2^2} \right) \right\} \frac{d_1^2}{r^2} \right] \quad (2)$$

(iii) 4層の場合

$$V = \frac{I\rho_4}{2\pi r} \left[1 - \left\{ \frac{\rho_4^2}{\rho_1^2} \left(1 - \frac{\rho_3^2}{\rho_4^2} \right) \left(1 + \frac{\rho_1 d_2}{\rho_2 d_1} + \frac{\rho_1 d_3}{\rho_3 d_1} \right)^2 + \frac{\rho_3^2}{\rho_1^2} \left(1 - \frac{\rho_2^2}{\rho_3^2} \right) \left(1 + \frac{\rho_1 d_2}{\rho_2 d_1} \right)^2 + \frac{\rho_2^2}{\rho_1^2} \left(1 - \frac{\rho_1^2}{\rho_2^2} \right) \right\} \frac{d_1^2}{r^2} \right] \quad (3)$$

ここに、 V は点電流源から大地に全電流 I を通じたとき、点電流源からの距離 r における地表の電位、 ρ_1, ρ_2, \dots 、および d_1, d_2, \dots はそれぞれ、第1層、第2層、 \dots の比抵抗と厚さである。上の各式は、 r が充分大きいときには、見掛け比抵抗が最下層の比抵抗に近づくことを示すものであつて、その漸近の仕方を示している。

括弧の中の $1/r^2$ の係数を比較すると、

$$2層の場合は \left(1 - \frac{\rho_2^2}{\rho_1^2} \right) d_1^2 \quad (4)$$

で、3層の場合、上部2層を等価層でおきかえることが可能であるとすれば、

$$\left(1 - \frac{\rho_3^2}{\rho_1^2} \right) d_1^2 \quad (5)$$

の形をとるであろう。ここに、 ρ_e と d_e とはそれぞれ等価層の比抵抗と厚さである。(2) の式の括弧のなかの $1/r^2$ の項を整理すると、

$$(A_1 - A_2 \rho_3^2) = \left(1 - \frac{\rho_3^2}{\rho_1^2} \right) \frac{A_1}{d_2} \quad (6)$$

註1) Muskat の方法は、清野武著電気探査学に詳しく紹介されている。また、本報告の意図するところが、成層構造に対する見掛け比抵抗曲線の算出にあるわけではないので省略している。興味をもたれる読者は上掲の教科書の III を参照されたい。

の形になる。ここに、

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= d_1^2 + d_2^2 + 2 \frac{\rho_2}{\rho_1} d_1 d_2 \\ A_2 &= \left(\frac{d_1}{\rho_1} + \frac{d_2}{\rho_2} \right)^2 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

したがつて(5)と(6)とを比較すれば、

$$\left. \begin{aligned} d_e &= \sqrt{A_1} \\ \rho_e &= \sqrt{\frac{A_1}{A_2}} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

が得られる。

これによると等価層の厚さも $(d_1 + d_2)$ ではなく、等価比抵抗も2層の並列比抵抗のほか、別な因子がはいつてくる。(8)のままでは物理的にもその意味が明白でないので若干の変形を施して、いろいろな場合について考察してみよう。

(i) $\rho_1 > \rho_2 < \rho_3$ の場合、

$$\left. \begin{aligned} d_e &\cong d_1 + d_2 \\ \rho_e &\cong \frac{d_1 + d_2}{\frac{d_1}{\rho_1} + \frac{d_2}{\rho_2}} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

すなわち、Hummel の等価層に一致する。

(ii) $\rho_1 < \rho_2 < \rho_3$

$$\left. \begin{aligned} d_e &\cong \sqrt{(d_1 \rho_1 + d_2 \rho_2) \left(\frac{d_1}{\rho_1} + \frac{d_2}{\rho_2} \right)} \\ \rho_e &\cong \sqrt{\frac{d_1 \rho_1 + d_2 \rho_2}{\frac{d_1}{\rho_1} + \frac{d_2}{\rho_2}}} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

この場合、等価比抵抗は直列抵抗と並列抵抗の幾何平均になる。地層に平行な方向の合成比抵抗を ρ_{\parallel} 、垂直な方向の合成比抵抗を ρ_{\perp} とすれば、

$$\left. \begin{aligned} d_e &\cong \sqrt{\frac{\rho_{\perp}}{\rho_{\parallel}}} (d_1 + d_2) \\ \rho_e &\cong \sqrt{\rho_{\perp} \rho_{\parallel}} \end{aligned} \right\}$$

$\sqrt{\rho_{\perp} \rho_{\parallel}}$ は巨視的異方性係数、 $\sqrt{\rho_{\perp} \rho_{\parallel}}$ は平均比抵抗に相当するもので、この場合、

$$d_e > d_1 + d_2$$

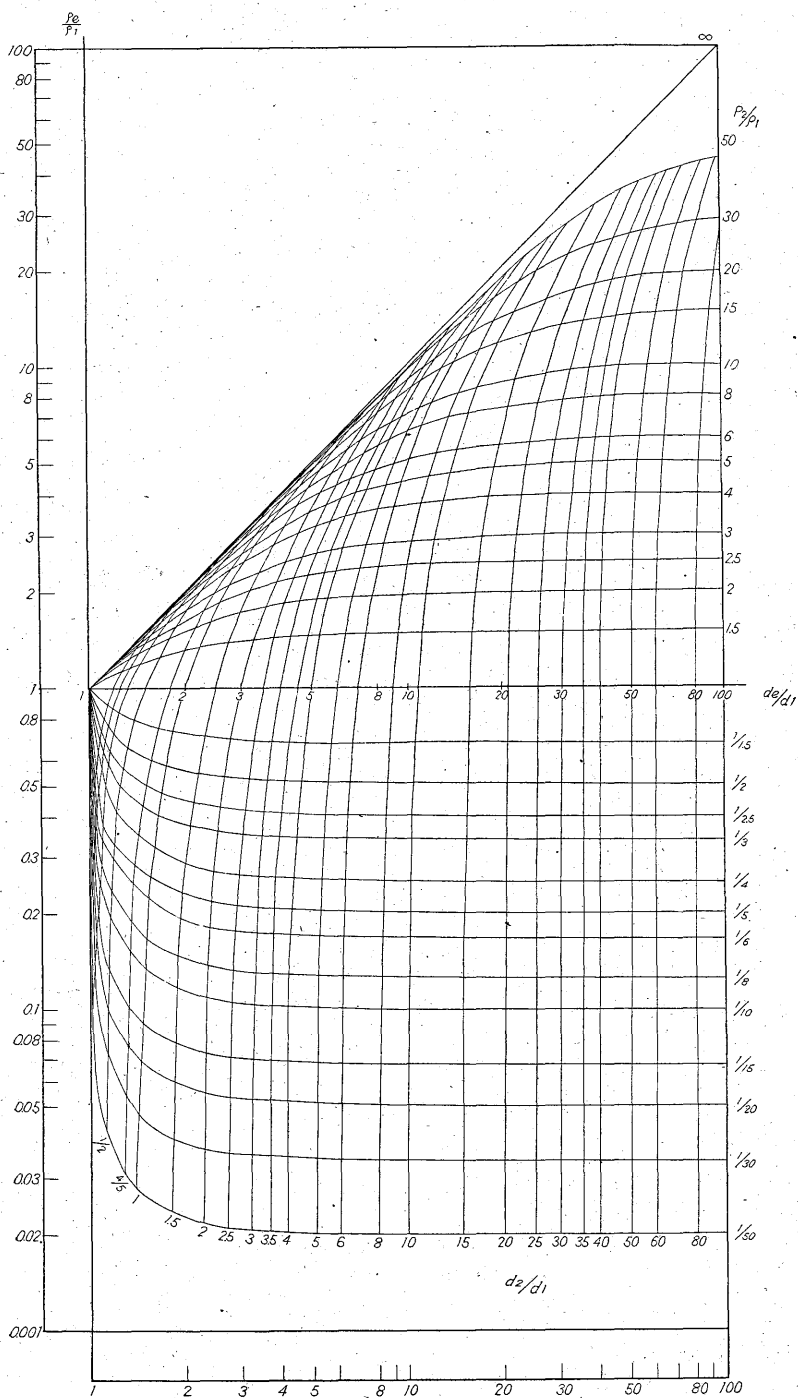
である。

(iii) $\rho_1 > \rho_2 > \rho_3$

$$\left. \begin{aligned} d_e &= \eta (d_1 + d_2) \\ \rho_e &= \eta \frac{d_1 + d_2}{\frac{d_1}{\rho_1} + \frac{d_2}{\rho_2}} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

(iv) $\rho_1 < \rho_2 > \rho_3$

$$\left. \begin{aligned} d_e &= \xi \sqrt{(d_1 \rho_1 + d_2 \rho_2) \left(\frac{d_1}{\rho_1} + \frac{d_2}{\rho_2} \right)} \\ \rho_e &= \xi \sqrt{\frac{d_1 \rho_1 + d_2 \rho_2}{\frac{d_1}{\rho_1} + \frac{d_2}{\rho_2}}} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$



第1圖 垂直探査解析用補助曲線圖

ただし、 η , ξ は ρ_1 , ρ_2 , d_1 および d_2 の函数であり、形式をとるのえるため用いた補正係数である。

さて、(8)を用いて、縦軸に ρ_e/ρ_1 横軸に d_e/d_1 をとり、 ρ_2/ρ_1 および d_2/d_1 をパラメータとして、両対数方眼紙上に図示したものが第1図である。この曲線群は、与えられた ρ_2/ρ_1 と d_2/d_1 とから等価比抵抗と等価層の厚さを求めるのに利用されるが、また、2層の標準曲線を3層問題の解析に適用するときの補助曲線として利用することができる。

3. 新しい解析法の説明

さて、第1図の補助曲線を用いて、3層問題を解析する方法を説明しよう。測定曲線は第2図のような層の特性を有するものとする。Sundberg の標準曲線^{註2)}によつて、従来と同じ要領で第1層および第2層の比抵抗値 ρ_1 と ρ_2 , ならびに両層の境界面の深さ d_1 を決定する。これは2層の場合の解析法と全く同じであるが、こうして求めた第2層の比抵抗値は、実際の値から外れることがある。第3層の比抵抗が第2層の比抵抗より大きい小さいかによつて、解析から得られる比抵抗値は、実際の値より大きくなつたり小さくなつたりする。この食い違いが第2層と第3層の境界決定に影響を与えるものであるので、このことを考慮して照合法を適用するのがよい。いずれにせよ、第2層の比抵抗推定において第3層の影響がはいってくることは解析上銘記すべきことである。

次に、これまでの補助曲線を用いるのと同じ手順で、測定曲線をこれに重ね合わせる。さきに重ねた標準曲線と同じパラメータ ρ_2/ρ_1 に等しい補助曲線を、その原点を前に求めた座標 (d_1, ρ_1) に合せて測定曲線紙上にうつしとる。これが終るとふたたび標準曲線集の上に測定曲線用紙をおき、いまうつしとつた補助曲線上に標準曲線の原点がくるように、測定曲線用紙をすべらせる。こうして、測定曲線の第3層の特性部分に、最もよく重なるような適当な標準曲線を選びだし、そのときの原点を測定曲線用紙上にうつす。このときの横軸の値には (d_e) を、縦軸には ρ_e を与える。第3層の比抵抗値 ρ_3 は、いま求めた ρ_e に合致した標準曲線の比 ρ_2/ρ_1 を乗じればよい。ただし、忘れてはならないことは、 d_e は必ずしも第

2層と第3層との境界を示すものではないことである。

そこで、補助曲線を用いて、 d_2 もしくは (d_1+d_2) を求めねばならない。そのためには次のような手続きをとればよい。測定曲線用紙を補助曲線の上におき、補助曲線の原点を測定曲線用紙の座標 (d_1, ρ_1) と一致させ、 (d_e, ρ_e) の示す補助曲線のパラメータ d_2/d_1 を読みとる。

こうして、前に求めた d_1 とこの d_2/d_1 とから d_2 を求めることができる。実際には (d_e, ρ_e) なる点を通る d_2/d_1 の値が、一定な曲線に沿つてほぼ縦方向に上下して、補助曲線の横原線と交わる点を求めれば、これが (d_1+d_2) となる。

4層の特性を示す曲線にこの方法を適用するには、従来の方と同様に、上に述べた手順を繰り返せばよい。ただし、この場合は前に得られた等価層を第1層とみなしこの層の比抵抗と厚さとはそれぞれ ρ_e と d_e であるとすればよい。もし、第1層が薄ければ、第1層と第2層とからなる等価層を、あらかじめ仮定して(あるいは、第1層を無視して)上の方法を実施してもさしつかえないであろう。

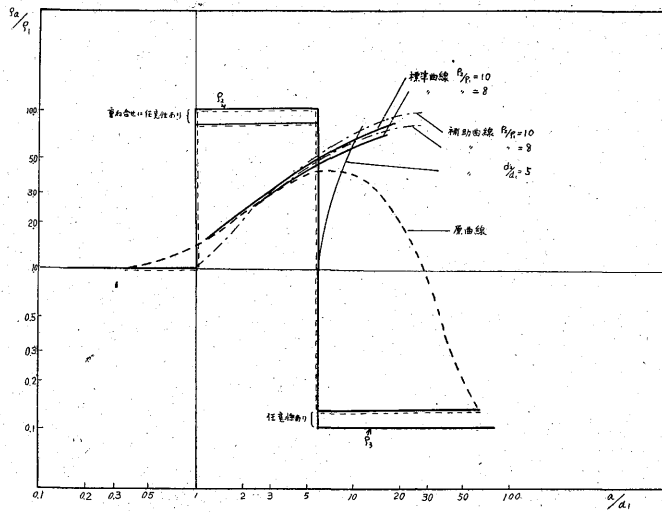
たゞ4層以上にこの方法を適用する場合は吟味を要する。一般的には器械的にこの方法を適用したのでは誤差が大きい。4層の場合実用にたえるには、第2層と第3層の相対厚度の大きい場合である。それは第2層が薄ければ、その特性を表わさないうちに、第3層もしくはそれ以下の層の影響が加わってくるからである。このことは従来の方でも同じことがいいうるが、この方法の方がそれでも誤差が小さいようである。

なお、(3)から得られる等価層の比抵抗および厚さを、前に述べた手順によつて求めた各層の比抵抗と厚さを用いて計算することができる。こうして、4層の場合の吟味に利用することができるであろう。また、すでに発表されている4層曲線を測定曲線と見立てて解析した結果から、誤差の傾向が得られるならば多少の補正を行なうこともできるであろう。あるいはこのようにして得られた比抵抗分布を既知として、理論曲線を作製し、実測曲線と比較することもできる。理論曲線の計算は、電子計算機でもなければ一般には長時間を要するが Flathe¹⁾ の方法、あるいは Koefoed¹⁾ の方法によつてかなり簡単となつた。

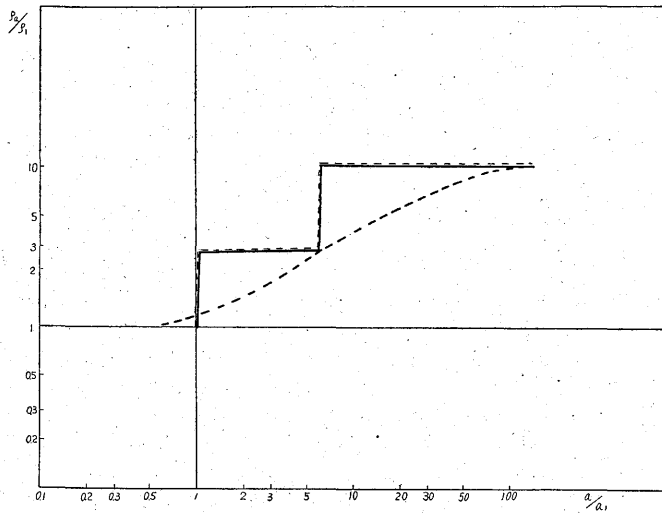
4. 解析の実例

実際の解析例を第2~4図に示した。これはいずれも Mooney and Wetzel⁵⁾ の曲線集から選ばれたものを測定曲線とみなして解析したものである。第2図と第3図とは、3層の場合で前者は $\rho_1 < \rho_2 > \rho_3$, 後者は $\rho_1 < \rho_2 < \rho_3$ の場合を示す。いずれも比較的よい結果が得ら

註2) 岩津潤ら(1952)は、Sundberg の標準曲線に誤りのあるのを発見し、再計算している。また、清野武(1952)はさらに補足して数表を発表している。以下 Sundberg 標準曲線と呼ぶのはこの改訂曲線である。なお Sundberg の標準曲線は、 ρ_2/ρ_1 をパラメータとしているが、Roman の標準曲線は $(\rho_2 - \rho_1)/\rho_2 + \rho_1 = k_1$ をパラメータとしている。



第2図 解析例(1) $\rho_1 < \rho_2 > \rho_3$ の場合



第3図 解析例(2) $\rho_1 < \rho_2 < \rho_3$ の場合

れていることがわかる。従来の方法に従えば、はるかに深く判定しすぎる傾向があることが認められる。こゝにはあげなかつた $\rho_1 > \rho_2 < \rho_3$ の場合は、両方法とも大体一致した結果が得られたが、これは前の考察で明らかのように当然のことである。従来、標準曲線法による解析結果が深目にする傾向がみられたが、少なくとも、この方法によつてその原因の一部はとり除かれるであろう。

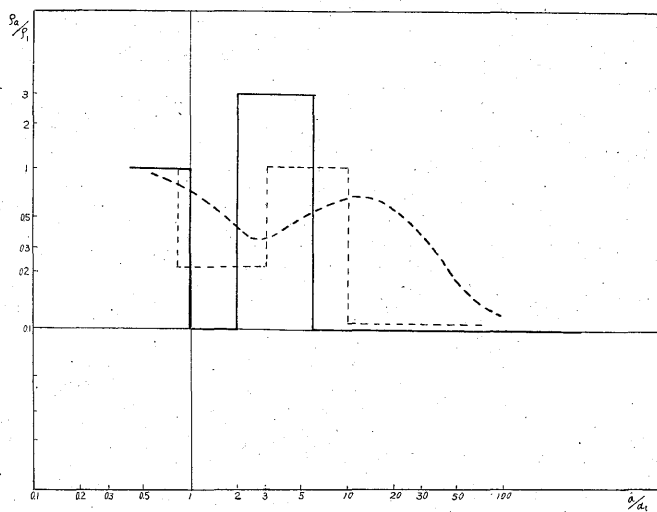
第4図は第3層が比較的薄い場合の例である。この場合は第2層も必ずしも厚いとはいえない。この方法をもつてもまだ大きな誤差を生じている。適当な厚さを有する場合の例を示したいと思つていたのであるが、Mooney等の曲線集では得ることができなかつたので、この報告では4層の場合の解析精度を論じるには至らな

かつたけれども、例にあげた薄層の問題は原理的に考えて解析上最も難しい問題に属する。この解析法の原理になつている等価抵抗の概念が、この場合逆に判定に任意性を与えて、精度を悪くしているのはいさゝか皮肉である。

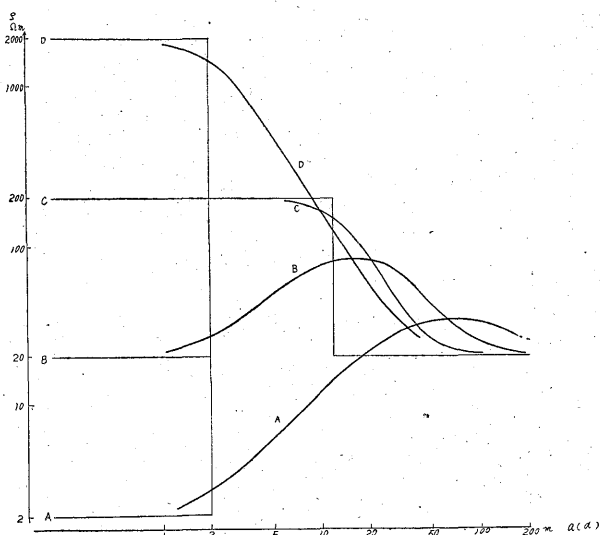
5. 解析精度について

第5図および第6図に、従来の方法と新しい方法とで解析した場合の、誤差の程度を知る例が図示されている。第5図は第2層および第3層が同じで、第1層のみ比抵抗が異なる場合の比抵抗曲線の1例である。第1層の比抵抗が、 $2\Omega\text{-m}$ から $2,000\Omega\text{-m}$ まで変化している場合である。これらの曲線を解析した結果が第6図に示

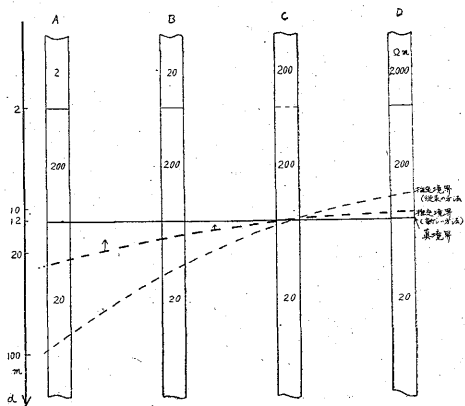
垂直探査の解析法の改良について (小野吉彦)



第4図 解析例(3) 4層の場合



第5図 表層の比抵抗が異なる場合の比抵抗曲線



第6図 表層が異なる場合の推定境界の深度の変動の例

されている。第1層と第2層の境界は、いずれも誤差なく求められている(実際の測定曲線でないことにもよる)。しかるに第1層の比抵抗の差異が、第2層と第3層との境界の決定に大きな影響をもつ。Cは2層であつて、かなり正確に求められるが、Aの場合には前の方法では7倍以上厚く判定しているのに対し、新しい方法では約2倍となつている。第1層と第2層の比抵抗の比が、 $10 \sim 1/10$ 程度の範囲であれば、この程度の厚さのときは精度よく求められるといえよう。矢印で示したのは、この場合 ρ_2/ρ_1 を小さく ($\rho_2/\rho_1 > 1$ の場合) もしくは大きく ($\rho_2/\rho_1 < 1$ の場合) 判定しがちであるので、これを考慮に入れて、 ρ_2/ρ_1 を決定すると実際に近づく。このことは実際に利用されてよいことであろう。

6. 結 言

従来、多層構造の解析法の改良が叫ばれながら、実際には適当な方法が案出されるに至らなかつた。その結果経験法に追いつてしまった。この報告は、正当な理論的根拠も有し、この面での解析法の研究に若干なりとも貢献しうると信じている。また、少なくとも Wenner 法では3層の標準曲線法が完成していないこんにち、直ちに現場に応用できると思われる。筆者は、この方法を主とし、3層曲線を補助として、伊豆大島における電気探査の測定曲線を解析してみたが、かなり良好な結果を得

た。蛇足ではあるが、この方法によつて精度よく解析を行なうためには、電極間隔を推定境界の3倍以上とる必要がある。(昭和33年9月稿)

文 献

- 1) Flathe, H.: A Practical Method of Calculating Geoelectrical Model Graphs for Horizontally Stratified Media, Geophysical Prospecting, Vol. 3, 1955
- 2) 岩津 潤・大築志夫: ズンドベルグ氏の ρ -a 標準曲線の改訂, 物理探査, Vol. 5, 1952
- 3) 清野 武: 電気探査学, III, 1955
- 4) Koefoed, O.: Resistivity Curves for a Conducting Layer of Finite Thickness Embedded in a Otherwise Homogeneous and Less Conducting Earth, Geophysical Prospecting, Vol. 3, 1955
- 5) Mooney & Wetzel: The Potentials about a Point Electrode and Apparent Resistivity Curves for a Two-, Three-, and Four-Layer Earth, Univ. Minnesota Press, 1956
- 6) Muskat, M.: Potential Distribution about an Electrode on the Surface of the Earth, Physics, Vol. 4, 1933
- 7) 小野吉彦: 成層構造の比抵抗探査について, 地質調査所月報, Vol. 9, No. 6, 1958